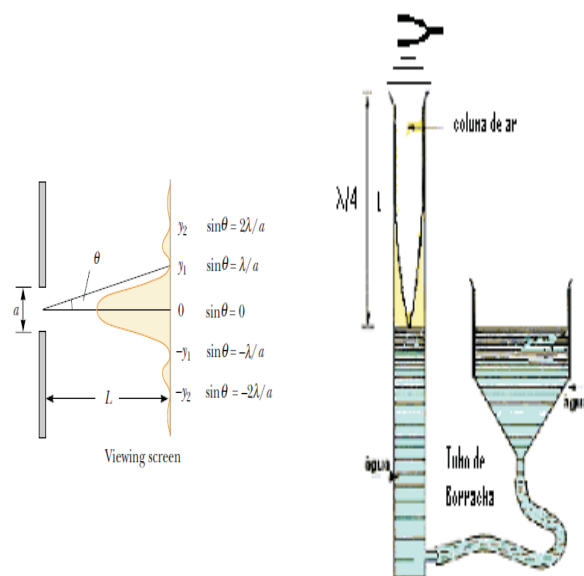


FÍSICA EXPERIMENTAL III/XIX



LABORATÓRIO DIDÁTICO



Niterói/RJ - BRASIL
MARÇO DE 2010.

Conteúdo

0.1	EXPERIÊNCIA I: Princípio de Arquimedes	3
0.1.1	Objetivo	3
0.1.2	Material utilizado	3
0.1.3	Teoria	3
0.1.4	Procedimento experimental	3
0.2	Folha de manipulação : Princípio de Arquimedes	4
0.2.1	Análise dos dados experimentais	4
0.3	EXPERIÊNCIA II: Flutuação	5
0.3.1	Objetivo	5
0.3.2	Material utilizado	5
0.3.3	Procedimento	5
0.3.4	Teoria	5
0.4	Folha de manipulação : Flutuação	6
0.5	EXPERIÊNCIA III: Ondas Estacionárias em Cordas	7
0.5.1	Objetivo	7
0.5.2	Material utilizado	7
0.5.3	Teoria	7
0.5.4	Procedimento experimental	7
0.6	Física Experimental III: Ondas Estacionárias	8
0.7	EXPERIÊNCIA IV: Velocidade do Som no Ar	9
0.7.1	Objetivo	9
0.7.2	Material utilizado	9
0.7.3	Teoria	9
0.7.4	Procedimento experimental	9
0.8	Folha de manipulação : Velocidade do Som no Ar.	10
0.9	EXPERIÊNCIA V: Reflexão e refração da luz	11
0.9.1	Objetivo	11
0.9.2	Material utilizado	11
0.9.3	Teoria	11
0.9.4	Procedimento experimental: Leis da Reflexão e Refração	12

0.10 EXPERIÊNCIA VI: Lei de Malus	14
0.10.1 Objetivo	14
0.10.2 Material utilizado	14
0.10.3 Teoria	14
0.10.4 Foto-Detector	15
0.11 Procedimento Experimental - Lei de Malus	16
0.12 EXPERIÊNCIA VII: Interferência e Difração	18
0.12.1 Objetivo	18
0.12.2 Material utilizado	18
0.12.3 Teoria	18
0.13 Procedimento Experimental: Interferência e Difração	21
0.14 EXPERIÊNCIA VIII: Transformação de um gás a Temperatura Constante	24
0.14.1 Objetivo	24
0.14.2 Material utilizado	24
0.14.3 Teoria	24
0.14.4 Procedimento experimental	24
0.15 Folha de Manipulação : Transformação de um gás a Temperatura Constante	25
0.16 Experiência IX: Calorímetro de Mistura	26
0.16.1 Objetivo	26
0.16.2 Material utilizado	26
0.16.3 Teoria	26
0.16.4 Procedimento experimental	26
0.17 Folha de Manipulação : Calorímetro de Mistura	27
0.17.1 Análise dos dados experimentais	27
0.18 APÊNDICE I: Propagação de Erros	28
0.18.1 Algarismos Significativos	28
0.18.2 Notação científica	28
0.18.3 Transformações de unidades	28
0.18.4 Arredondamentos	28
0.18.5 Operações com algarismos significativos	29
0.19 Introdução à Teoria de Erros	29
0.19.1 Incerteza (ou erro)	29
0.19.2 Classificação dos erros	30
0.19.3 Estimativa de incertezas	30
0.19.4 Propagação de erros	31
0.20 APÊNDICE II: Método dos Mínimos Quadrados	33
0.20.1 Construção de gráficos	33
0.21 Análise de gráficos: ajuste linear	34

0.1 EXPERIÊNCIA I: Princípio de Arquimedes

0.1.1 Objetivo

Determinar experimentalmente o empuxo de um fluido sobre um corpo submerso.

0.1.2 Material utilizado

- Becher;
- Dinamômetro;
- Cilindros metálicos;
- Paquímetro;
- Balança ;
- Corpo sólido com forma irregular;

0.1.3 Teoria

O princípio de Arquimedes, que é uma consequência das leis da estática dos fluidos, diz que quando um corpo é total ou parcialmente mergulhado em um fluido (líquido ou gás) em equilíbrio, o fluido exerce pressão em todos os pontos da superfície do corpo que estejam em contato com ele. A pressão é maior nas partes imersas mais profundas. A resultante de todas as forças devidas as pressões é uma força vertical, dirigida para cima, denominada de **empuxo** do fluido sobre o corpo imerso.

ATENÇÃO $\Rightarrow$ Sabendo que o empuxo é igual ao peso do volume de líquido deslocado, obtenha uma expressão envolvendo o Empuxo (E) e o volume do sólido mergulhado no fluido (V).

0.1.4 Procedimento experimental

Neste experimento o empuxo será determinado utilizando dois procedimentos experimentais diferentes.

Utilizando um dinamômetro

Neste primeiro procedimento, são realizadas duas medidas de força com a utilização de um dinamômetro (veja a Figura 1). Primeiramente, mede-se o peso de um corpo, como mostra a Figura 1.(a). A seguir, determina-se o peso aparente do objeto, após este estar totalmente submerso em água. A diferença entre essas duas medidas é o empuxo exercido sobre o objeto. **Atenção : $\Rightarrow$ Não deixe a parte interior do dinamômetro molhar.**

Utilizando uma balança

Inicialmente determina-se, com a utilização de uma balança, a massa de um béquer contendo água, conforme mostra a Figura 2.(a). A seguir, determina-se a massa aparente do béquer com água ao mergulhar totalmente um objeto nele, como mostra a Figura 2.(b). As massas obtidas podem ser utilizadas para determinar o peso real e o peso aparente do béquer com água, cuja diferença é igual ao empuxo.

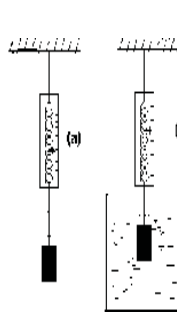


Figura 1

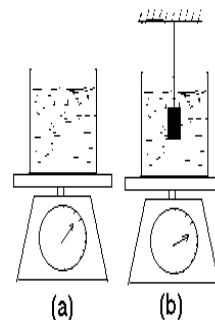


Figura 2

0.2 Folha de manipulação : Princípio de Arquimedes

Data: Turma:.....

Grupo

Nome:.....

Nome:.....

Nome:.....

Nome:.....

- Utilizando um dinamômetro, meça o peso P do cilindro de alumínio. Em seguida, coloque o cilindro de alumínio preso ao dinamômetro e mergulhe o cilindro totalmente na água. Meça novamente o peso do cilindro (agora peso aparente P_{ap}). **Atenção :** $\Rightarrow$ Não deixe a parte interior do dinamômetro molhar!

$\Rightarrow$ Estimem as margens de erro de suas medidas!

$$P = \dots \pm \dots$$

$$P_{ap} = \dots \pm \dots$$

- Utilizando o paquímetro, meça a altura e o diâmetro do cilindro utilizado no procedimento anterior,

$$h = \dots \pm \dots$$

$$d = \dots \pm \dots$$

- Meça, utilizando uma balança, a massa M do *becher* com água. A seguir coloque o cilindro de alumínio suspenso e totalmente imerso na água e meça a massa aparente M_{ap} do *becher*.

$$M = \dots \pm \dots \quad M_{ap} = \dots \pm \dots$$

0.2.1 Análise dos dados experimentais

Atenção : $\Rightarrow$ Não esqueça da propagação de erros.

- Conhecendo o peso dos cilindros dentro e fora da água, calcule o empuxo no cilindro de alumínio.

$$E_1 = \dots \pm \dots$$

- Obtenha o volume dos cilindros e calcule o empuxo utilizando a expressão obtida na seção 'Teoria'. Use $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ (aceleração da gravidade) e $\rho = 1.0 \text{ g/cm}^3$ (densidade da água). Compare com o resultado experimental do item anterior (saiba que $1 \text{ N} = \text{kg.m/s}^2$). Quais as possíveis fontes de discrepância?

$$V = \dots \pm \dots$$

$$E_2 = \dots \pm \dots$$

- Se ao invés de alumínio fosse utilizado um material diferente (*e.g.* material misto), mas conservando a mesma geometria, o resultado seria diferente? Justifique.

- O peso do *becher* com água aumentou ou diminuiu após mergulhar o cilindro? Justifique qualitativamente.

- Obtenha uma expressão teórica para a razão $\Delta M/E$, onde $\Delta M = M_{ap} - M$ e E é o empuxo. Obtenha o valor experimental desta razão. Compare o valor teórico com o experimental.

$$E_1 = \dots \pm \dots$$

- (a) Agora que você verificou a validade da expressão teórica acima para o empuxo, utilize-a junto com a técnica experimental acima mais precisa para determinar o volume de um objeto de geometria irregular. (b) Meça a massa do objeto; (c) obtenha então sua densidade.

$$V_O = \dots \pm \dots$$

$$M_O = \dots \pm \dots$$

$$\rho_O = \dots \pm \dots$$

0.3 EXPERIÊNCIA II: Flutuação

0.3.1 Objetivo

Analisar experimentalmente a flutuação de um corpo em diferentes líquidos, medindo a densidade do líquido.

0.3.2 Material utilizado

- Béquer de 1000 ml;
- proveta graduada;
- béquer de 250 ml;
- balança ;

0.3.3 Procedimento

Nosso objetivo é relacionar experimentalmente a altura submersa h com a massa m de um corpo flutuante cilíndrico, veja a Figura 1. A variação da massa do corpo cilíndrico é feita colocando diferentes quantidades de areia no seu interior (cilindro de PVC), o qual é colocado a flutuar em água em um *becher* de 1000 ml. É importante observar que o equilíbrio do cilindro é imprescindível para realizar medidas precisas da altura submersa h . O equilíbrio, com o eixo do cilindro na posição vertical, deverá ser obtido por meio da distribuição mais uniforme possível da areia no fundo deste corpo flutuante. Obtenha, portanto, pares h - m no caso em que o líquido é água.

0.3.4 Teoria

Para discutirmos teoricamente o sistema da Figura 1, precisamos considerar dois fatos fundamentais:

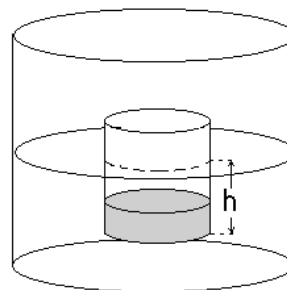


Figura 1: Cilindro com areia flutuando em água, com profundidade mergulhada igual a h .

1. O corpo flutuante está em equilíbrio, portanto a força resultante é nula.
2. São duas as forças agindo sobre o corpo flutuante: o peso e o empuxo.

Desenvolvimento $\Rightarrow$ Sabendo que o módulo da força peso deverá ser igual ao módulo do empuxo, obtenha, utilizando o Princípio de Arquimedes, uma relação entre a altura submersa h e a massa m do corpo flutuante. Veja Figura 1.

0.4 Folha de manipulação : Flutuação

Data: Turma:.....

Grupo

Nome:.....

Nome:.....

Nome:.....

Nome:.....

1. Acrescente pouco a pouco areia no interior do copo cilíndrico, colocando-o para flutuar em um béquer contendo água, medindo a cada vez a massa total m do corpo flutuante e a altura submersa h . Preencha a Tabela I abaixo.

2. Meça o diâmetro externo do cilindro de PVC e o diâmetro interno do *becher*.

3. Construa em um papel milimetrado o gráfico h vs. m .

4. (a) Pela forma do gráfico obtido, que relação existe entre h e m ? (b) Expresse essa relação matematicamente.

Tabela 1: Dados experimentais de h e m .

i	m (g)	h (cm)	X^2	XY	$a + b \times X$	ΔY^2
1						
2						
3						$a = \dots \pm \dots$
4						
5						$b = \dots \pm \dots$
6						
$\Sigma_{i=1}^N$						

onde ρ_{Liq} é a densidade do líquido).

6. Usando um paquímetro, determine a área A da seção transversal do copo de areia,
 $A = \dots \pm \dots$

7. Utilizando o método dos mínimos quadrados (consulte o apêndice II), obtenha a reta que melhor ajusta a estes dados ($Y' = a + bX$). Em seguida, trace-a qualitativamente no gráfico.

8. Determine, a partir dos resultados anteriores, a relação entre $\rho_{agua} =$ e os coeficientes a, b (obtidos pelo MMQ) e A , com isso calcule a densidade da água. Compare com o valor tabelado (1 g/cm^3).

$$\rho_{agua} =$$

$$\rho_{agua} = \dots \pm \dots$$

9. Suponha que se substitua a água por outro líquido de menor densidade. A reta que seria obtida teria menor ou maior inclinação que a da água? Justifique.

10. Demonstre experimentalmente que a massa do corpo flutuante é igual a massa de água deslocada.

5. Utilizando a lei do empuxo para corpos flutuantes, demonstre que, para um corpo de seção reta constante de área A (como é o caso do copo de areia), vale a relação

$$h = \frac{1}{\rho_{Liq} A} m,$$

0.5 EXPERIÊNCIA III: Ondas Estacionárias em Cordas

0.5.1 Objetivo

Estudar a formação de ondas estacionárias transversais em uma corda e determinar as frequências de ressonâncias correspondentes aos quatro primeiros harmônicos.

0.5.2 Material utilizado

⊗ Gerador de sinais; ⊗ Alto falante; ⊗ Fios de conexão ; ⊗ Pesos; ⊗ Régua graduada; ⊗ Suporte com garras; ⊗ Barbante.

0.5.3 Teoria

Ondas a propagarem-se num espaço confinado, como por exemplo, as ondas numa corda de piano ou guitarra, sofrem reflexões em ambas as extremidades da corda. Assim, formam-se ondas que se movimentam na mesma direção e em sentidos opostos. Estas ondas combinam-se de acordo com o princípio da superposição. Para cada corda, existem frequências (chamadas de frequências de ressonância) nas quais a sobreposição conduz a uma configuração de vibração estacionária, denominada onda estacionária.

Uma corda (ou fio), fixa em suas extremidades, entra em ressonância nas seguintes frequências:

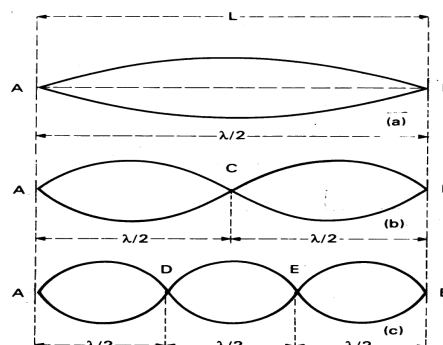
$$f_n = \frac{v}{2L}n, \quad n = 1, 2, 3, 4, \dots, \quad (1)$$

onde n é o número do harmônico [adimensional]; L é o comprimento da corda e v é a velocidade das ondas transversais na corda (fio), cuja superposição deu origem à onda estacionária. A velocidade v , que é a mesma para todas as frequências, pode ser obtida usando a equação :

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}, \quad (2)$$

onde T é a força que traciona a corda (fio) e μ é a densidade linear da corda (fio). A Figura 2 abaixo representa os modos de vibração de uma corda de comprimento L , fixa em ambas as extremidades.

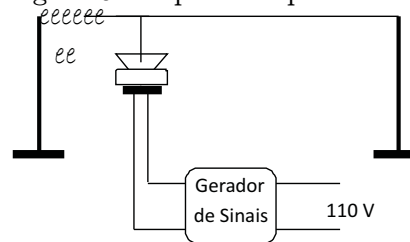
Figura 2: Diferentes modos de vibração de uma corda com extremidades fixas.



0.5.4 Procedimento experimental

Para atingir os objetivos desta experiência, será utilizada uma experiência conforme o esquema representado na Figura 3. As frequências de ressonâncias serão determinadas variando lentamente a frequência no gerador de sinais e observando o movimento da corda.

Figura 3: Esquema experimental.



0.6 Física Experimental III: Ondas Estacionárias

Data: Turma:

Grupo

Nome:

Nome:

Nome:

Nome:

1. Observe a formação de ondas estacionárias no fio e determine a frequência de ressonância dos harmônicos correspondentes, preenchendo a Tabela 2 abaixo. A ressonância pode ser encontrada variando-se lentamente a frequência de vibração da corda no gerador de sinais.

2. Meça o comprimento entre os nós externos da corda:

$$L = \dots \pm \dots \quad (3)$$

3. Faça um gráfico de f em função de n . Por que é esperado que esse gráfico tenha um comportamento linear?

4. A partir da Tabela 2 acima e do valor de L , use o método dos mínimos quadrados para calcular a velocidade de propagação da onda:

$$v = \dots \pm \dots \quad (4)$$

5. Meça na balança a massa presa na extremidade da corda. Determine então a tração na corda, escrevendo-a como:.

$$T = \dots \pm \dots \quad (5)$$

6. A partir dos valores de T e v , obtenha a densidade linear da corda:

$$\mu_1 = \dots \pm \dots \quad (6)$$

7. A densidade linear da corda também pode ser obtida diretamente a partir dos valores do comprimento e da massa da corda. Meça com uma trena o comprimento da corda e com a balança sua massa. Determine então a densidade linear da corda: OBS: Não precisa utilizar a corda utilizada na experiência, basta utilizar uma corda feita do mesmo material!!!

$$\mu_2 = \dots \pm \dots \quad (7)$$

8. Os valores de μ_1 e μ_2 concordam dentro da margem de erro do experimento?

9. Que efeito um aumento da tensão na corda tem sobre a frequência de ressonância de um dado harmônico n ? e sobre o comprimento de onda?

Tabela 2: Dados experimentais de n e f .

i	n	$f(\text{Hz})$	X^2	XY	$a + b \times X$	ΔY^2
1						
2						
3						
4						
5						
$\Sigma_{i=1}^N$						

$$a = \dots \pm \dots$$

$$b = \dots \pm \dots$$

0.7 EXPERIÊNCIA IV: Velocidade do Som no Ar

0.7.1 Objetivo

Investigar a formação de padrões de ondas sonoras estacionárias e determinar a velocidade do som no ar.

0.7.2 Material utilizado

⊗ Tubo de vidro contendo água; ⊗ Diapasão de frequência conhecida; ⊗ Martelo de borracha; ⊗ Gerador de sinais; ⊗ Régua graduada;

0.7.3 Teoria

Ao emitirmos ondas sonoras na extremidade de um tubo de ar o qual está fechado na extremidade oposta, podemos obter, para certos comprimentos do tubo de ar, padrões de ondas estacionárias identificados por um máximo na intensidade do som produzido pelo diapasão. Nesse caso, teremos o fenômeno de ressonância, a qual ocorrerá quando as ondas sonoras que entram em uma das extremidades e as que so refletidas na extremidade oposta interferirem de modo construtivo. Na ressonância, a frequência f do diapasão coincide com uma das frequências naturais de vibração da coluna de ar no tubo.

Fixando uma dada frequência para as ondas sonoras em um tubo fechado em uma das extremidades, as ressonâncias ocorrerão para os comprimentos:

$$L_n = \frac{\lambda}{4}n, \quad n = 1, 3, 5, \dots, \quad (8)$$

Nesta equação, L_n representa o comprimento do tubo para o harmônico n e λ o comprimento de onda da onda sonora. Note que no tubo

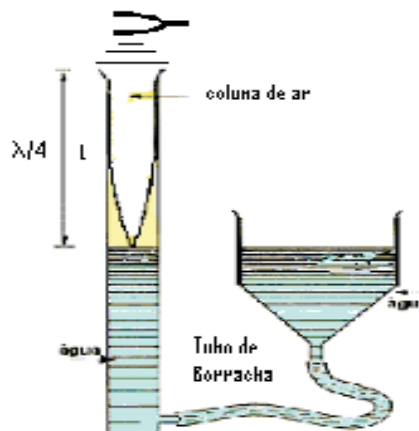
fechado em uma das extremidades, somente os harmônicos ímpares estão presentes.

Tendo em mãos o comprimento de onda λ e sabendo a frequência f da onda estacionária (frequência do diapasão em nosso experimento) podemos obter a velocidade v do som usando que $v = \lambda f$.

0.7.4 Procedimento experimental

A ressonância será produzida num tubo com água, cujo nível pode ser ajustado, elevando-se ou abaixando-se um reservatório de água, unido a ele por uma mangueira. Um diapasão é fixado na extremidade aberta do tubo, emitindo som com frequência fixa, enquanto a coluna de ar é variada. Anote então o comprimento do tubo de ar para cada harmônico identificado. Para o cálculo da velocidade do som precisamos medir o comprimento da onda estacionária. Para isso, vibre o diapasão com o martelo de borracha que está em cima da bancada, **tendo o cuidado de não acertar o tubo.**

Figura 4: Esquema Experimental



0.8 Folha de manipulação : Velocidade do Som no Ar.

Data: Turma:.....

Grupo

Nome:.....

Nome:.....

Nome:.....

Nome:.....

1. Anote a frequência do diapásão:

$$f = \dots \pm \dots \quad (9)$$

2. Após colocar o diapásão para vibrar fazendo-se uso do martelo, observe a formação de padrões de ressonância no interior do tubo à medida que o comprimento da coluna de ar é variado. Preencha então a Tabela 3 abaixo:
3. Construa um gráfico do comprimento L em função do modo de vibração n . Por que é esperado que esse gráfico tenha um comportamento linear?

Tabela 3: Dados experimentais de L_n e n .

i	n	$L_n(\text{cm})$	X^2	XY	$a + b \times X$	ΔY^2
1						
2						
3						$a = \dots \pm \dots$
4						
5						$b = \dots \pm \dots$
$\Sigma_{i=1}^N$						

4. A partir da tabela 1, use o método dos mínimos quadrados para obter o comprimento de onda $\lambda \pm \Delta\lambda$?

$$\lambda = \dots \pm \dots \quad (10)$$

5. Calcule a velocidade v do som no ar usando que $v = \lambda f$:

$$v = \dots \pm \dots \quad (11)$$

Compare com o valor esperado da velocidade do som em temperatura ambiente no laboratório.

6. Explique por quê os modos de vibração n assumem apenas valores ímpares.

0.9 EXPERIÊNCIA V: Reflexão e refração da luz

0.9.1 Objetivo

Constatação das leis da reflexão e da refração da luz, Determinação do índice de refração de um material e do ângulo limite.

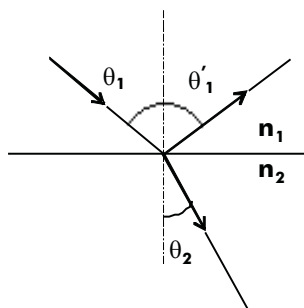
0.9.2 Material utilizado

⊙ Banco óptico; ⊙ Tábua de ângulos; ⊙ Tela de fendas; ⊙ Lente cilíndrica; ⊙ Tela opaca; ⊙ Fonte de luz; ⊙ Base para as telas; ⊙ Máscara; ⊙ Lente convergente.

0.9.3 Teoria

Quando um feixe de luz incide sobre a superfície de separação entre dois meios, parte dele é refletida e a outra parte é desviada (refratada) ao penetrar no segundo meio (Fig. 5).

Figura 5: Reflexão e refração da luz



Onde

- n_1 = índice de refração no meio 1;
- n_2 = índice de refração no meio 2;
- θ_1 = ângulo de incidência;
- θ_2 = ângulo de refração e

- $\theta_1' =$ ângulo de reflexão.

As leis da reflexão e da refração são as seguintes:

- Os raios refletido e refratado estão contidos no plano formado pelo raio incidente com a normal à superfície no ponto de incidência;
- reflexão: $\theta_1 = \theta_1'$; e
- refração : $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$.

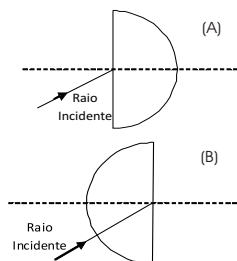
Quando o meio 1 é mais refringente de que o meio 2 ($n_1 > n_2$), o ângulo de refração é maior que o de incidência. À medida que θ_1 aumenta, o raio refratado afasta-se da normal, até sair tangente à superfície ($\theta_2 = 90^\circ$), e temos

$$n_1 \sin \phi_L = n_2 \quad (12)$$

Onde θ_L é o ângulo limite. A partir deste ângulo somente ocorre reflexão.

Complete o desenho mostrando abaixo desenhando o que ocorre com os raios incidentes, refletido e refratado, no caso em que a luz incide pela parte reta (Figura 6.(a)) e pela parte curva (Figura 6.(b)) de uma lente cilíndrica.

Figura 6: Reflexão e refração da luz



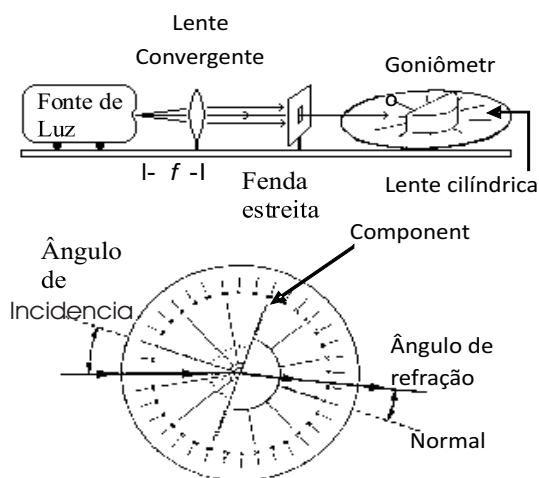
0.9.4 Procedimento experimental: Leis da Reflexão e Refração

Vamos dividir esta experiência em duas partes, 1ª PARTE: constatação das leis da reflexão e refração e a determinação do índice de refração da lente; e 2ª PARTE: determinação do ângulo limite.

1ª PARTE : Reflexão e Refração da Luz

1. Monte o equipamento conforme mostrado na Figura 7. Alinhe a superfície plana da lente cilíndrica com a linha rotulada *component*. A lente estará alinhada quando as linhas radiais da tábua de ângulos (goniômetro) ficarem perpendiculares à superfície curva da lente. Ajuste o sistema de tal modo que um único raio de luz passe diretamente através do centro do goniômetro. Nesta situação o raio luminoso emerge perpendicularmente à superfície curva da lente.

Figura 7: Reflexão e refração da luz



2. Fazendo a luz incidir na superfície plana da lente e sem perturbar o alinhamento da mesma, gire o goniômetro a fim de observar o raio refratado para vários ângulos do raio incidente.
3. Complete na tabela os ângulos de reflexão e refração, correspondentes aos ângulos de incidência indicados.

$\theta_1(^{\circ}\text{C})$	$\theta_2(^{\circ}\text{C})$	$\theta'_1(^{\circ}\text{C})$	$\text{sen}\theta_1$	$\text{sen}\theta_2$
0				
10				
20				
30				
40				
50				
60				
70				
80				

Obs: Durante as medidas faça uso da lei de reflexão da luz para conferir o alinhamento da lente.

4. Faça um gráfico $\text{sen}\theta_1 \times \text{sen}\theta_2$ em papel milimetrado. Por que é esperado que esse gráfico tenha um comportamento linear?
5. Considere o índice de refração do ar igual a 1,00 e a partir dos dados na Tabela 4, use o método dos mínimos quadrados para encontrar o índice de refração da lente cilíndrica.

2ª PARTE: Reflexão Interna ou reflexão Total da Luz

6. Sem perturbar o alinhamento feito anteriormente, posicione a lente cilíndrica de modo que a superfície curva da mesma esteja voltada para o feixe incidente. Use a tela opaca (anteparo) para detectar os raios refratados mais fracos.
7. Procure a situação em que ocorre reflexão total da luz e meça o ângulo limite θ_L .
8. O que você entende por ângulo limite?
9. Calcule o índice de refração da lente cilíndrica a partir de θ_L encontrado acima. OBS: faça a propagação de erros e encontre esse resultado como:

$$n_L = \dots \pm \dots \quad (13)$$

Tabela 4: Dados experimentais de $\sin \theta_1$ e $\sin \theta_2$ para uso no MMQ.

i	$\sin \theta_1$	$\sin \theta_2$	X^2	XY	$a + b \times X$	ΔY^2
1						
2						
3						$a = \dots \pm \dots$
4						
5						$b = \dots \pm \dots$
6						
$\Sigma_{i=1}^N$						

10. Pode existir reflexão total quando a luz passa de um meio menos refringente para um meio mais refringente ($n_1 < n_2$)? Justifique.

0.10 EXPERIÊNCIA VI: Lei de Malus

0.10.1 Objetivo

- Constataça da Lei de Malus para Polari-
zadores;
- Resposta do Foto-Detector.

0.10.2 Material utilizado

- 1 Canhão de Luz
- 2 polarizadores
- 2 Bases para polarizador
- 1 Máscara.
- 1 Multímetro.
- 1 Foto-detector (LDR)
- 1 Trilho óptico Pasco
- 1 Fio com terminais banana

0.10.3 Teoria

A técnica mais comum para se obter luz polarizada é através da utilização de placas polarizadoras. Quando fazemos um feixe de luz incidir sobre uma destas placas, as ondas cujos vetores campo elétrico vibram em um plano paralelo a uma certa direção (eixo de transmissão da placa) são transmitidas e as ondas, cujos vetores campo elétrico vibram em outras direções, são absorvidas. Na Figura 8, a placa polarizadora (ou polarizador) está contida no plano da página e a direção de propagação da onda é ortogonal a este plano.

A onda incidente, não-polarizada, tem um dos seus campos elétricos vibrando em um

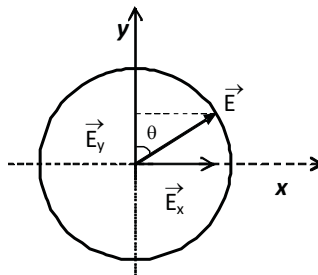


Figura 8: Vetor campo elétrico incidente num dado instante.

plano de vibração arbitrário, representado na figura pelo vetor $\vec{E}$. Este vetor pode ser decomposto em duas componentes:

$$\vec{E}_x = \vec{E} \sin \theta \hat{i}, \quad (14)$$

e

$$\vec{E}_y = \vec{E} \cos \theta \hat{j}. \quad (15)$$

Portanto, somente a componente $\vec{E}_y$ será transmitida, uma vez que o polarizador absorverá a componente $\vec{E}_x$.

Se colocarmos um segundo polarizador, de tal forma que a luz, depois de incidir sobre o primeiro, atinja também o segundo polarizador (Figura 9), poderemos observar o seguinte:

1. Sendo E_m a amplitude da luz plano-polarizada que atinge P_2 , a amplitude da luz que o atravessará será $E_m \cos \theta$, onde θ é o ângulo entre os eixos de transmissão dos dois polarizadores.
2. Como a intensidade I de um feixe luminoso é proporcional ao quadrado da amplitude da onda, podemos escrever:

$$I = kE_m^2 (\cos \theta)^2. \quad (16)$$

Nesta equação, k é uma constante de proporcionalidade. Assim, temos:

$$I = I_m (\cos \theta)^2, \quad (17)$$

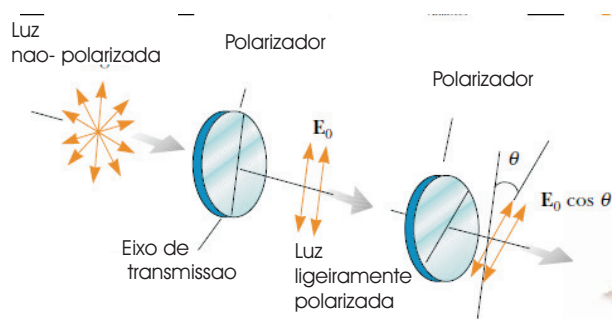


Figura 9: Polarização da luz utilizando dois polarizadores.

que é a chamada Lei de Malus, onde I_m é o valor máximo da intensidade da luz transmitida pelo polarizador.

0.10.4 Foto-Detector

Para verificarmos a Lei de Malus, precisamos medir a intensidade da radiação transmitida pelo conjunto de polarizadores. Para efetuar esta medida, usamos um detector sensível à luz, comumente designado como foto-detector. O foto-detector utilizado no experimento é um dispositivo semiconductor de dois terminais cuja resistência varia com a intensidade da luz, também conhecido com fotoresistor. Entre os materiais mais usados nestes dispositivos estão o sulfeto de cádmio (CdS) e o seleneto de cádmio (CdSe). O tempo de resposta do CdS é em torno de 100 ms, e para o CdSe, 10 ms. A Figura 10 mostra um foto-detector típico.

A Figura 11 mostra a resposta típica de uma célula foto resistiva de CdS. Analisando a Figura 11, notamos claramente que a resistência deste dispositivo varia à medida que a

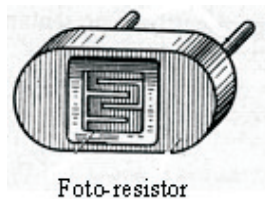


Figura 10: Configuração típica de um foto-detector.

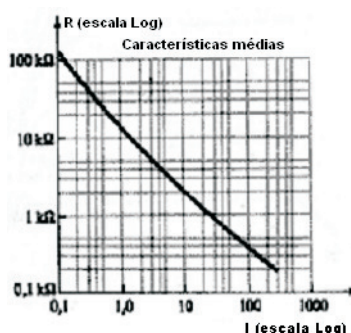


Figura 11: Resistência *vs* intensidade em escala logarítima obtida para um foto-detector.

intensidade da luz incidente sobre ele também varia. Desta forma, é possível medirmos indiretamente a intensidade da luz, a partir das medidas de resistência. Para determinar a dependência da resistência em função da intensidade, de acordo com a Figura 11, podemos escrever que:

$$(\log R - \log R') = -(3/4)(\log I - \log I') \quad (18)$$

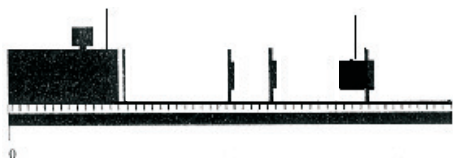


Figura 12: Esquema experimental.

Ou,

$$4 \log R/R' = -3 \log I/I' \quad (19)$$

Assim,

$$I \propto 1/R^{4/3}. \quad (20)$$

0.11 Procedimento Experimental - Lei de Malus

1. Monte o canhão de luz, com a máscara centrada no orifício da fonte, e o foto-detector (Figura 12 sem os polarizadores).
2. Ligue o canhão de luz e ajuste o multímetro para Medida de Resistência.
3. Com o Fio Banana/Banana coloque em curto os terminais de medida do multímetro e faça o ajuste de Zero da escala escolhida.

Atenção : Este ajuste deve ser refeito toda vez que a escala for mudada.

4. Conecte os terminais do Foto-detector no multímetro. (Não importa a polaridade) e ajuste a posição do filamento da fonte de modo a obter a maior intensidade luminosa possível (menor R) a uma distância de 20 cm.
5. Meça a resistência :

$$R_0 = \dots \pm \dots \quad (21)$$

(Este valor é associado à intensidade I_0 da luz).

6. Introduza agora, um polarizador entre a fonte luminosa e o foto-detector. Faça a medida da Resistência.

$$R_1 = \dots \pm \dots \quad (22)$$

(Este valor é associado à intensidade I da luz).

QUESTÃO 1: A intensidade I da luz, após o polarizador, caiu para 50% do valor original I_0 ? Este resultado é esperado? Dica: use a equação 20

7. Coloque mais um polarizador entre a fonte luminosa e o foto-detector (Figura 12).
8. Alinhe o eixo de polarização de ambos de maneira que o multímetro registre a menor resistência possível. Note que a menor resistência corresponde a maior intensidade de luz (0° entre os eixos de polarização).
9. Faça a medida da Resistência:

$$R_2 = \dots \pm \dots \quad (23)$$

QUESTÃO 2: Compare os valores obtidos para R_1 e R_2 . O que ocorre com a intensidade da luz após passar pelo 2º polarizador? Este resultado é o esperado?

10. Use o valor medido no item (9) como valor inicial associado à intensidade I_0 do conjunto.
11. Varie de 10 em 10 graus o ângulo entre os eixos de transmissão dos polarizadores e anote, na Tabela abaixo, os respectivos valores de R do foto-detector.

12. Preencha a tabela abaixo.

$\theta(^{\circ})$	$R(\text{Ohm})$	$I/I_0 = (R_2/R)$	$I/I_0 = \cos^2 \theta$
0			
10			
20			
30			
40			
50			
60			
70			
80			
90			
10			

13. Trace os gráficos I/I_0 x θ (graus) teórico e experimental no mesmo papel e na mesma escala.

QUESTÃO 3: O resultado esperado foi alcançado? Por que?

0.12 EXPERIÊNCIA VII: Interferência e Difração

0.12.1 Objetivo

- Análise, e interpretação teórica do fenômeno de interferência e difração ;
- Observação do fenômeno de interferência e difração ;
- Determinação experimental da largura de uma fenda, usando o padrão de difração obtido;
- Determinação experimental da distância entre fendas, usando o padrão de interferência obtido;
- Constatação da importância da coerência da fonte de luz;
- Observação do fenômeno da rede de difração ;
- Observação do princípio de Babinet.;
- Observação da difração e interferência de um fio fino (fio de cabelo).

0.12.2 Material utilizado

- 1 luz branca e 1 monocromática (laser),
- conjunto de slides com fendas,
- 1 trena de 2 metros,
- 1 anteparo com suporte ,
- 1 porta slide com suporte,
- 1 CD,
- 1 lâmina de vidro,
- 1 fio fino de metal.

0.12.3 Teoria

Apresentaremos a seguir um breve resumo da parte teórica envolvida nas experiências de difração e interferência. Uma descrição mais detalhada sobre o assunto pode ser encontrada no livro texto do curso.

PARTE I: Difração :

Suponha uma fenda de largura a , iluminada por um feixe de luz de fonte monocromática de comprimento de onda λ . Pode ser demonstrado que a distribuição da intensidade da luz sobre um ponto do anteparo, localizado pelo ângulo θ , é dada por:

$$I = I_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2, \quad (24)$$

onde

$$\alpha = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta. \quad (25)$$

Note que I_0 é a intensidade central no anteparo. Segundo a equação 24, as posições sobre o anteparo em que a intensidade da luz será zero estão associadas a condição :

$$\sin \alpha = 0 \implies \alpha = m\pi, (m = 1, 2, 3, \dots). \quad (26)$$

Esta mesma condição pode ser expressa como:

$$a \sin \theta = m\lambda, (m = 1, 2, 3, \dots) \quad (27)$$

Os máximos secundários estão localizados a aproximadamente meia distância entre dois mínimos consecutivos, ou seja:

$$\alpha = (m + 1/2)\pi \quad (28)$$

As Figuras 13.(a) e 13.(b) mostram os gráficos das figuras de difração de Fraunhofer, quando atravessamos uma única fenda com um laser de hélio-neônio ($\lambda = 6328 \text{ \AA}$) e projetamos a luz difratada sobre um anteparo colocado a uma

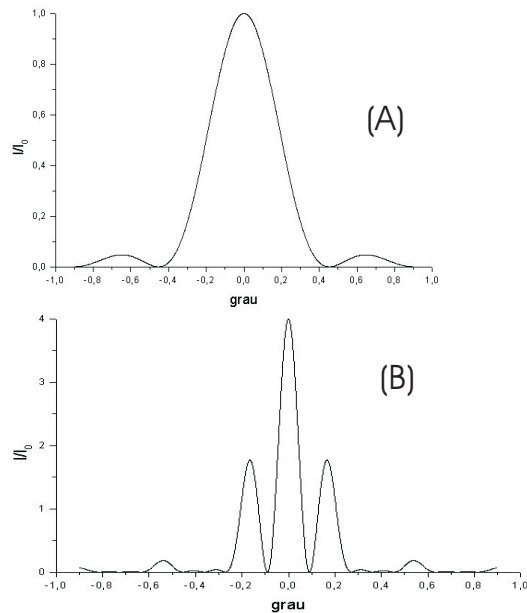


Figura 13: Padrões de difração para fendas com $N = 1$. Os valores das larguras estão descritos no texto

distância $D = 2,5$ m. A largura da fenda $a = 0.10$ mm para Figura 13.(a) e $a = 0.08$ mm para figura 13.(b). O esquema de montagem está desenhado a seguir.

Questões sobre a teoria(difração) :

1. Calcule, a partir da equação 24, para o ângulo $\theta = 0$, o valor da intensidade da luz e o valor de m correspondente. Qual a posição correspondente no anteparo? (fazer em casa)
2. Indique no eixo das abscissas das Figuras 13.(a) e 13.(b), as posições correspondentes em distância a $m = 1, 2, 3$, e os valores correspondentes de α . (fazer em casa)

PARTE II: Interferência:

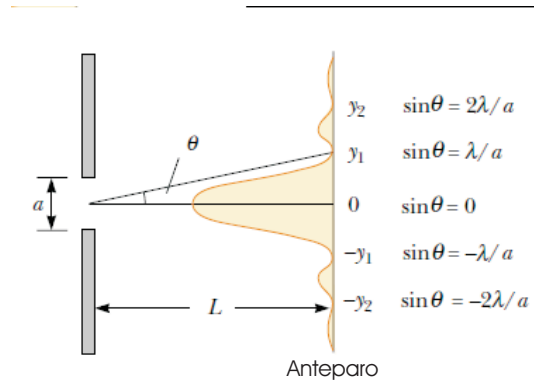


Figura 14: Esquema experimental.

Se utilizarmos mais de uma fenda, o fenômeno observado será o de interferência. Quando usamos, em um mesmo slide, N fendas ($N = 1, 2, 3, \dots$), separadas por uma distância d , a intensidade da luz será dada por:

$$I = I_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \left(\frac{\sin N\beta}{\sin \beta} \right)^2 \quad (29)$$

onde

$$\beta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta \quad (30)$$

Note que para $N = 1$ recairemos na mesma expressão do fenômeno da difração .

De acordo com a equação 29, a intensidade da franja central no anteparo é $N^2 I_0$, ou seja, a intensidade central com N fendas é N^2 vezes mais intensa do que a de uma única fenda. Em compensação , a largura dessa franja central é bem mais estreita, como veremos a seguir, portanto a franja é bem mais definida em termos de posição .

1. Mostre, a partir da equação 29, que para $N = 2$ a distribuição de intensidade da luz sobre o anteparo é dada pelo fator $(\cos \beta^2)$ modulado pelo fator de difração . (para

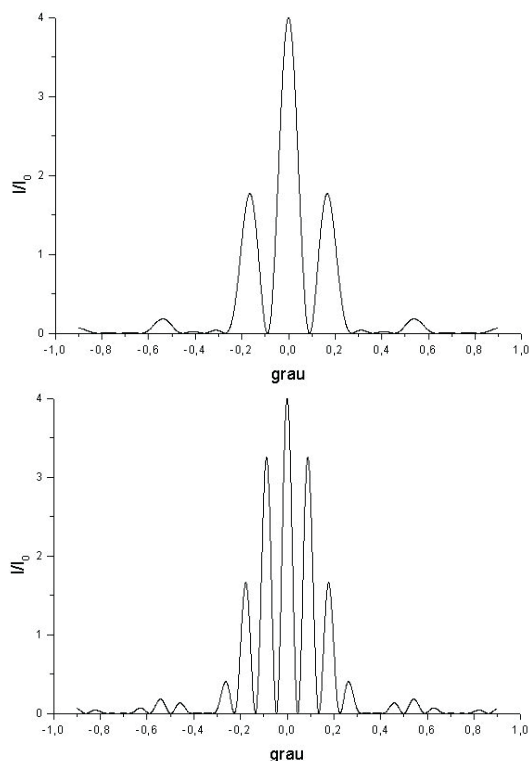


Figura 15: Padrões de difração para $N = 2$. As larguras das fendas estão indicadas no texto.

fazer em casa)

$$I = \dots \dots \dots (\cos \beta)^2. \quad (31)$$

A distribuição de intensidade de luz sobre um anteparo, colocado a 2,5 m do slide, quando duas de suas fendas são atravessadas por um laser de hélio-neônio, estão representadas nas Figuras 15.(a) com $a = 0.10$ mm e $d = 0.20$ mm; e 15.(b) com $a = 0.10$ mm e $d = 0.40$ mm.

2. Indique no eixo das abscissas das Figuras 15.(a) e 15.(b), as posições em distância correspondentes a $\alpha = \pi, 2\pi, 3\pi \dots$; e $\beta = \pi/2, 3\pi/2, 5\pi/2 \dots$.
3. A Figura 16 mostra o padrão de inter-

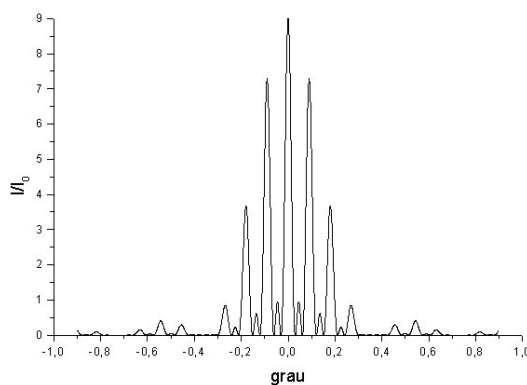


Figura 16: Padrões de difração para um conjunto com $N = 3$ fendas.

ferência obtido para as mesmas condições indicadas para a Figura 15.(b), quando aumentamos o número de fendas para $N = 3$. Note que entre dois máximos de 1ª ordem aparece um máximo de 2ª ordem. A partir do número de máximos de 2ª ordem (N_2), entre dois máximos consecutivos de 1ª ordem, podemos determinar o número de fendas (N) pela relação :

$$N = N_2 + 2. \quad (32)$$

0.13 Procedimento Experimental: Interferência e Difração

Atenção : Nunca olhe diretamente para o feixe de laser, ele pode ferir sua retina e deixar uma região cega. As reflexões de luz do laser em superfícies de vidro (ou em superfícies metálicas muito polidas) podem também ser perigosas.

1. Difração por uma fenda estreita (slides 1, 2, e 3)

Observe, contraluz, que em cada slide (1,2 e 3) existem 4 fendas simples ($N=1$) com larguras distintas. Ilumine com laser cada uma dessas fendas e observe o padrão gerado, ou seja, a figura formada no anteparo. Observe o que ocorre com o padrão, em função da largura da fenda, iluminando estas fendas uma a uma.

A partir das medidas relativas ao padrão gerado para o slide 2, determine a largura de sua 3ª fenda, na ordem crescente de largura.

$$a = \dots\dots\dots (33)$$

2. Difração por um orifício circular (slides 14 e 15)

Observe o padrão gerado quando você ilumina os slides 14 e 15. A análise teórica mostra que o primeiro mínimo do padrão de difração por orifício circular de diâmetro ρ , é dado por:

$$\sin \theta = 1,22 \frac{\lambda}{\rho} \quad (34)$$

Meça no padrão gerado para o slide 14 o raio da figura formada, a distância entre o slide e o anteparo e determine o diâmetro do orifício deste slide.

$$\rho = \dots\dots\dots (35)$$

3. Interferência por duas fendas (slides 4 e 6)

Observe contra luz que os slides 4 e 6 contêm 3 pares ($N = 2$) de fendas. Projete sobre o anteparo o padrão de interferência para cada par. Observe que, para o slide 4, o padrão modulador de difração permanece constante ($a = \text{constante}$). Observe agora o padrão produzido pelo slide 6.

Encontre a largura e a distância entre as fendas do 3º conjunto do slide 6.

$$a = \dots\dots\dots (36)$$

$$d = \dots\dots\dots (37)$$

4. Interferência por fendas múltiplas (slides 9)

Conforme você pode verificar olhando contra luz, o número de fendas usado no slide 9 é variado. Observe as várias figuras obtidas com este slide. Indique, em ordem crescente, qual o número de fendas para cada conjunto delas, contidas neste slide.

Como você pode obter, a partir dos padrões gerados pelo slide 9, o número de fendas iluminadas simultaneamente?

5. Rede de difração

De acordo com a fórmula de fendas múltiplas da equação 29, quando o feixe de laser ilumina N fendas, a intensidade da franja aumenta em N^2 e a largura da franja estreita em $1/N$ deixando $(N-2)$ máximos secundários. Evidentemente, para poder iluminar um número N grande de fendas, a distância d entre fendas deve ser bem pequena. Dessa forma, a separação entre franjas, calculada por interferência de fenda-dupla, aumenta drasticamente, e a largura de cada franja se torna cada vez mais estreita. Para N muito grande, temos uma rede de fendas, ou uma rede de difração. Nesse caso, a largura angular, dispersão, e resolução são dados por

$$\delta\theta = \lambda/Nd \cos\theta \quad (38)$$

$$\delta\theta/\delta\lambda = \tan\frac{\theta}{\lambda} \quad (39)$$

$$R = \lambda/\delta\lambda = m_{rede}N \quad (40)$$

Use um CD como rede de difração por reflexão, familiariza se com as propriedades da rede.

6. Difração com luz branca - Coerência Espacial

Na interferência de fenda-dupla, as franjas aparecem no anteparo devido a coerência de fase entre as frentes de onda que incidem nas fendas. Essa coerência é assegurada pelo fato da fonte de luz ser um laser. Para difração, a coerência de fase em todos os pontos na seção do orifício também é assegurada pelo uso do feixe do laser. Uma luz comum não teria essa coerência de fase nos pontos da frente de

onda. Porém, se delimitamos a uma parte pequena da frente de onda, por meio de um orifício, ou de uma fenda estreita, ou de uma fenda-dupla, a incoerência dentro dessa parte da superfície pode ser minimizada de tal forma que podemos obter difração e interferência.

Ligue a fonte de luz branca, e para obter melhores resultados, use o slide de fendas múltiplas funcionando como uma rede simples de difração. Devido a pouca intensidade de luz utilizada, não será mais possível projetar a figura em um anteparo. Posicione o slide de fendas múltiplas bem junto do olho, com as fendas no mesmo sentido do filamento da lâmpada. Observe as imagens virtuais das fendas que são projetadas na retina como imagens reais. O aparecimento das imagens múltiplas do filamento corresponde ao resultado bem sucedido da difração.

Qual é a importância da coerência do feixe incidente para a formação de um padrão de interferência?

7. O Princípio Babinet

Um feixe de laser incide diretamente no anteparo e deixa uma região circular iluminada com raio R_0 . A distribuição de intensidade $I_0(\theta)$ onde não é nula é considerada a imagem do laser de acordo com a óptica geométrica, e a região onde a intensidade é nula é considerada a sombra do laser com raio maior que R_0 de acordo com a óptica geométrica. Sabemos que intercep-

tando o feixe por um plano opaco com um pequeno orifício no meio por onde passa o laser produz uma difração no anteparo com a distribuição de intensidade $I_1(\theta)$ de acordo com a óptica física. O princípio Babinet afirma que o complemento desta situação também é verdadeiro. Isto é, um disco opaco centralizado (que é o complemento geométrico do orifício) interceptando uma pequena parte do feixe produz uma difração no anteparo e tem uma distribuição de intensidade $|I_0(\theta) - I_1(\theta)|$ que é idêntica a anterior na região da sombra geométrica.

8. **O ponto brilhante de Fresnel** Marca um pequeno pontinho preto, com dimensão menor que a seção do feixe de laser, numa lâmina de vidro. Centraliza o ponto em relação com o feixe. O ponto opaco bloqueia o laser e projeta uma sombra geométrica no anteparo. Porém, no centro dessa sombra apresenta um ponto brilhante quando a frente de onda do laser é considerada plana. Este ponto é conhecido como o ponto brilhante de Fresnel. Além desse ponto central, tem também um padrão de difração na sombra do ponto opaco e na sombra do laser. Essa figura de difração produzida por um obstáculo tem a mesma natureza da difração produzida por um orifício. Essa difração é devido ao princípio Babinet porque o complemento de um ponto opaco é um orifício transparente da mesma dimensão.
9. **Difração por um fio** Pode confirmar também o princípio Babinet colocando um fio fino opaco com raio r transversal a direção da propagação do feixe de laser

com seção circular de raio $R > r$. O fio divide a seção do feixe em duas partes iguais de meia-lua. Uma parte na esquerda e outra parte na direita, separadas por $d = (R + r)$ formando uma fenda-dupla. Além de haver a difração do fio opaco idêntica a difração de uma fenda da mesma largura r , há franjas nos envoltórios da difração devido a interferência da fenda-dupla. Faça uma observação das estruturas no anteparo bem atentamente e procure entender o princípio Babinet.

10. Lâmina de Barbear

Quando a luz passa por uma borda bem definida, a extensão por cima da borda é aberta, contrário a uma fenda fechada nos dois lados. Nesse caso, a frente da onda do laser é esférica e a difração que resulta é chamada difração Fresnel. Observe atentamente a sombra geométrica projetada no anteparo e veja a transição para sombra e para luz.

0.14 EXPERIÊNCIA VIII: Transformação de um gás a Temperatura Constante

0.14.1 Objetivo

Estudar o comportamento de um gás variando o volume e pressão, mantendo-se constante sua temperatura.

0.14.2 Material utilizado

- Tubos de vidro com escala em centímetros cúbicos;
- tripé universal;
- Estrutura metálica para fixação de tubos;
- Gerador de sinais;
- Régua central milimetrada e indicadores corrediços;
- Mercúrio;
- Termômetro.

0.14.3 Teoria

Boyle e Mariotte estudaram o comportamento estático de gases submetidos a variações de pressão e volume, mantendo suas temperaturas constantes. Suas conclusões formam a bem conhecida Lei de Boyle-Mariotte: *sob temperatura constante, o volume ocupado por uma certa massa de gás é inversamente proporcional à pressão a qual o gás está submetido*, isto é, o produto da pressão com o volume em qualquer estado do gás é uma constante, $pV = cte$, onde p e V são, respectivamente, a pressão à qual o gás está submetido e o

seu volume. Se representarmos por índices 1, 2, 3, ..., n , os estados do gás, tem-se:

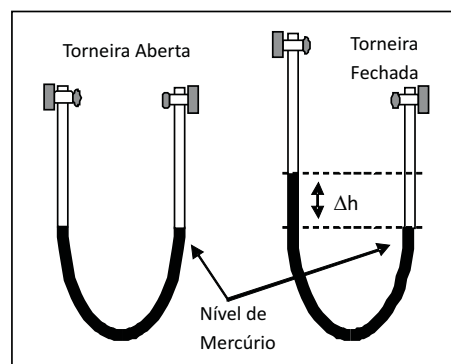
$$p_1V_1 = p_2V_2 = p_3V_3 = \dots = p_nV_n = cte \quad (41)$$

A relação acima é válida rigorosamente para gases ideais, mas como devemos provar nesta experiência, pode ser usada aproximadamente para gases reais, como é o caso do ar nas condições de temperatura e pressão do laboratório

0.14.4 Procedimento experimental

Feche a torneira da bureta aprisionando uma certa massa de gás dentro do tubo da direita no volume V (Veja a Figura 17). A seguir desloque, verticalmente, o tubo da esquerda (e o da direita, se necessário) de modo que a diferença de nível do mercúrio aumente em intervalos regulares. Preencha então uma tabela relacionando o volume de ar aprisionado com o desnível da coluna de mercúrio (ver folha de manipulação abaixo).

Figura 17: Esquema Experimental



0.15 Folha de Manipulação :
Transformação de um gás a
Temperatura Constante

Data: Turma:.....

Grupo

Nome:.....

Nome:.....

Nome:.....

Nome:.....

1. Feche a torneira da bureta aprisionando uma certa massa de gás dentro do tubo da direita no volume V . A seguir desloque, verticalmente, o tubo da esquerda (e o da direita, se necessário) de modo que a diferença de nível h do mercúrio aumente em intervalos regulares. Complete a Tabela 5 abaixo:
2. Construa um gráfico do comprimento L em função do modo de vibração n . Por que é esperado que esse gráfico tenha um comportamento linear? onde $P = P_0 + h$, com P_0 denotando a pressão atmosférica quando a torneira da bureta está aberta. Tomamos $P_0 = 760$ mmHg.

3. O que você conclui observando os valores de PV ?

4. Faça o gráfico P vs $1/V$ e procure interpretar a curva obtida. Por que é esperado que essa curva seja uma reta?

- Utilize um termômetro para medir a temperatura ambiente do ar, expressando seu valor em Kelyins;

$$T = \dots \pm \dots \quad (42)$$

6. Utilizando o método dos mínimos quadrados, obtenha o coeficiente angular da tabela de P em função de $1/V$. A partir desse coeficiente angular e da temperatura ambiente do ar, determine a massa, em gramas, do ar confinado na bureta. Dados: Massa molar do ar = 28,8 g / mol, $R = 8,31 \text{ J / mol K}$. Utilize esse valor para estimar a densidade do ar no laboratório:

$$\rho = \dots \pm \dots \quad (43)$$

7. Se você já estudou a 2ª Lei da termodinâmica, responda: a transformação analisada pode ser considerada de que tipo? Reversível ou irreversível? Calcule a variação de entropia do gás entre os estados inicial e final:

$$\Delta S = \dots \pm \dots \quad (44)$$

Tabela 5: Desnível h das colunas de mercúrio em função do volume aprisionado.

[illegible]

0.16 Experiência IX: Calorímetro de Mistura

0.16.1 Objetivo

Determinar (i) a capacidade térmica C_{cal} de um calorímetro e (ii) o calor específico de um bloco de alumínio.

0.16.2 Material utilizado

⊙ Becher ⊙ Proveta graduada ⊙ Balança ⊙ Água ⊙ 2 termômetros ⊙ Bloco de alumínio ⊙ Pinça ⊙ Calorímetro ⊙ Aquecedor de imersão

0.16.3 Teoria

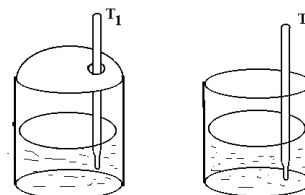
Quando um sistema termodinâmico se encontra isolado, sua evolução em direção ao equilíbrio térmico ocorrerá através de transferência de calor apenas entre as diferentes partes do sistema. Dessa forma, o balanço de energia após todas as trocas de calor Q_i em um sistema composto de n partes implicará em $\sum_1^n Q_i = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n = 0$. Caso as partes do sistema não estejam sujeitas a transições de fases durante as trocas de calor podemos escrever Q como $Q = C\Delta T$, onde $C = mc$ é a capacidade térmica do corpo, com m denotando sua massa e c o calor específico do material, e ΔT sua variação de temperatura.

0.16.4 Procedimento experimental

Inicialmente vamos determinar a capacidade térmica C_{cal} de um calorímetro. Para tanto, coloque uma massa m_1 de água quente (sugere-se em ebulição) no interior do calorímetro (ver Figura 18). Espere o sistema atingir o equilíbrio térmico e meça sua temperatura T_1 .

IX: A seguir adicione ao sistema uma quantidade de massa m_2 de água fria (água gelada do bebedouro, por exemplo) a uma temperatura T_2 . Aguarde então o sistema calorímetro + água fria + água quente entrar em equilíbrio e meça sua temperatura final T . Durante este processo, o calor será transferido das substâncias de maior temperatura para as de menor temperatura até o sistema alcançar o equilíbrio térmico. Assumindo que o sistema esteja isolado do ambiente e sabendo o calor específico da água, pode-se determinar C_{cal} . **Sugestão:** utilize $m_1 = m_2 = 70$ g. **ATENÇÃO :** jamais ligue o aquecedor fora d'água. Isso danificará o aparelho.

Figura 18: Esquema Experimental



Sabendo C_{cal} , podemos usar o calorímetro para determinar o calor específico do alumínio (c_{Al}) em temperatura ambiente. Nessa direção, meça na balança a massa de um bloco de alumínio e adicione esse bloco no calorímetro contendo uma certa quantidade m_1 de água em temperatura elevada. Meça então temperatura de equilíbrio do sistema calorímetro + água + alumínio. Adicione uma quantidade m_2 de água fria ao sistema (sugere-se água do bebedouro) em temperatura T_2 . Espere o sistema total atingir o equilíbrio e meça sua temperatura final T . Assumindo que o sistema esteja isolado do ambiente e sabendo o calor específico da água, pode-se determinar c_{Al} .

0.17 Folha de Manipulação : Calorímetro de Mistura

cedimento, no mínimo, três vezes. Anote os resultados na Tabela abaixo.

Data: Turma:.....

Grupo

Nome:.....

Nome:.....

Nome:.....

Nome:.....

$m_a(\text{g})$	$m_{al}(\text{g})$	$T_a(^{\circ}\text{C})$	$T_{al}(^{\circ}\text{C})$	$T_e(^{\circ}\text{C})$

1. Providencie água quente (massa $m_1 \approx 70 \text{ g}$) ponha no calorímetro e meça a temperatura, T_1 ;
2. Providencie água fria (massa $m_2 \approx 70 \text{ g}$) a temperatura T_2 mais baixa possível (água gelada do bebedouro, por exemplo). Põe a água fria no calorímetro meça a temperatura de equilíbrio T_e . Repita este procedimento, no mínimo, três vezes. Anote os resultados na Tabela abaixo.

0.17.1 Análise dos dados experimentais

1. Considere o calor específico da água $c_a=1.0 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C}$ e obtenha a capacidade calorífica média do calorímetro.
2. Calcule o calor específico médio do alumínio. Compare com o valor de referência $c_{al}=0.215 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C}$.

$m_1(\text{g})$	$m_2(\text{g})$	$T_1(^{\circ}\text{C})$	$T_2(^{\circ}\text{C})$	$T_e(^{\circ}\text{C})$

3. Analogamente ao procedimento anterior, despeje água (massa m_a) a temperatura elevada T_a no calorímetro, que contém o bloco de alumínio (massa m_{al}) no seu interior. Espere o equilíbrio térmico e meça T_1 . Providencie água fria (massa $m_2 \approx 70 \text{ g}$) a temperatura T_2 mais baixa possível (água gelada do bebedouro, por exemplo). Põe a água fria no calorímetro meça a temperatura de equilíbrio T_e . Repita este pro-

0.18 APÊNDICE I: Propagação de Erros

0.18.1 Algarismos Significativos

Em uma medida, os algarismos significativos são aqueles lidos com certeza do instrumento de medida mais um algarismo duvidoso. Esse algarismo duvidoso (o qual também é significativo) pode ser estimado pelo operador do instrumento (no caso de instrumentos analógicos) ou dado diretamente pelo instrumento (no caso de instrumentos digitais). Exemplos:

- $15,63 \text{ cm} \Rightarrow 4$ algarismos significativos
- $2,60 \text{ s} \Rightarrow 3$ algarismos significativos
- $0,34 \text{ cm} = 3,4 \text{ mm} \Rightarrow 2$ algarismos significativos

Note que zeros a esquerda (como no último exemplo acima) *não* são significativos, pois podem ser eliminados por uma transformação de unidades ou escrevendo a medida em notação científica.

0.18.2 Notação científica

A notação científica é bastante útil para explicarmos o número de algarismos significativos de uma medida. Além disso, ela fornece uma representação adequada para números muito grandes ou números muito pequenos. Exemplos de representações em notação científica:

- $0,0040 \text{ cm} \Rightarrow 4,0 \times 10^{-3} \text{ cm}$
- $980,35 \text{ cm/s}^2 \Rightarrow 9,8035 \times 10^2 \text{ cm/s}^2$
- $0,00005 \text{ s} \Rightarrow 5 \times 10^{-5} \text{ s}$

Observe que a representação em notação científica constitui-se de um algarismo significativo antes da vírgula associado a uma potência de 10 conveniente.

0.18.3 Transformações de unidades

A regra geral da transformação de unidades é que se mantenha o número de algarismos significativos no processo de transformação de unidades. Exemplos:

- $0,043 \text{ m} \Rightarrow 4,3 \text{ cm}$
- $8,9 \text{ m/s} \Rightarrow 8,9 \times 3,6 \text{ km/h} = 32 \text{ km/h}$.

0.18.4 Arredondamentos

Muitas vezes, ao realizarmos operações matemáticas com as medidas realizadas no laboratório, é necessário eliminar algarismos excedentes (não-significativos) através de arredondamentos de resultados. Nessa direção, a primeira regra básica é que devemos evitar arredondamentos intermediários, ou seja, arredondamentos devem ser realizados na etapa final dos cálculos, quando estivermos obtendo as quantidades físicas que representam o objetivo do experimento realizado. Quanto ao arredondamento em si, podemos fazê-lo adotando-se a seguinte regra:

- se o algarismo seguinte ao último que se quer manter encontra-se entre 000... e 499..., basta excluí-los.
- se o algarismo seguinte ao último que se quer manter encontra-se entre 500... e 999..., aumenta-se de uma unidade o último algarismo.

Exemplos: Nos casos abaixo, quer se manter como último algarismo aquele que está sublinhado (é uma notação usual sublinharmos o algarismo duvidoso de uma medida ou do resultado de uma operação matemática sobre uma medida):

- $\underline{8},350 = 8$
- $8,\underline{3}50 = 8,4$
- $8,3\underline{5}0 = 8,35$

0.18.5 Operações com algarismos significativos

Ao se efetuar cálculos com valores experimentais e constantes deve-se tomar cuidado para não expressar o resultado com um número de algarismos excessivo, o que não tem qualquer sentido. Neste sentido, ao realizarmos operações matemáticas com algarismos significativos, adotamos as regras abaixo.

Adição e Subtração

O resultado deve preservar a mesma quantidade de casas decimais da parcela com menos casas decimais.

- $(23,4 + 8 + 1,55) \text{ m} = 3\underline{2},95 \text{ m} = 33 \text{ m}$
- $(23,422 - 8,00) \text{ m} = 15,4\underline{2}2 \text{ m} = 15,42 \text{ m}$

Multiplicação e divisão

O resultado deve ter o mesmo número de algarismos significativos que a parcela com menos algarismos significativos.

- $5,541 \times 2,0 = 1\underline{1},082 = 11$
- $0,452 \text{ A} \times 2671 \Omega = 1,21 \times 10^3 \text{ V}$

- $63,72 \text{ cm}/23,1 \text{ s} = 2,76 \text{ cm/s}$

Funções transcendentais

O resultado deve ter o mesmo número de algarismos significativos que o argumento da função.

- $\sin 50^\circ = 0,7\underline{6}6044 = 0,77 = 7,7 \times 10^{-1}$
- $\ln 101 = 4,6\underline{1}51 = 4,62$

0.19 Introdução à Teoria de Erros

Resultados de procedimentos experimentais devem ser representados de modo geral como

$$M = (m \pm \Delta m) \text{ unidade}, \quad (45)$$

onde M é a grandeza física considerada, m é o valor numérico encontrado para essa grandeza (expresso com o número correto de algarismos significativos) e Δm é a incerteza (ou erro experimental) associada ao procedimento experimental realizado.

0.19.1 Incerteza (ou erro)

A incerteza (ou erro) de um resultado experimental deve ter no máximo 2 algarismos significativos, podendo ter apenas 1 único algarismo. O último algarismo significativo do valor do mensurando é determinado pelo último algarismo significativo da incerteza. Exemplos:

- $a = (6,57 \pm 0,05) \text{ m/s}^2$
- $a = (6657 \pm 13) \times (10^{-3} \text{ m/s}^2)$

Pode-se expressar um valor sem explicitar-se a incerteza associada. Nestes casos está implícito que existe um limite de erro de no máximo 0,5 do último algarismo significativo. Por exemplo: $d = 5,5 \times 10^2 \text{ km} \Rightarrow (5,50 \pm 0,05) \times 10^2 \text{ km}$.

0.19.2 Classificação dos erros

Quanto à sua origem e sua maneira de atuar no experimento, os erros experimentais classificam-se em

- **Erro sistemático:** Afeta o experimento sempre da mesma maneira, deslocando o valor da medida em um mesmo sentido. A presença de um erro sistemático provocará ou um aumento ou uma diminuição no valor obtido de todas as medidas realizadas. Exemplo: Erro na calibração de uma balança.
- **Erro de escala:** Este erro ocorre devido ao limite natural de precisão de qualquer instrumento de medida, ou seja, está associado ao *limite de erro de calibração* do instrumento. O erro de escala afeta qualquer medida, visto que qualquer instrumento utilizado para realizar medidas terá um limite de precisão. Exemplo: Uma régua graduada em milímetros não tem precisão para estimar comprimentos em micrômetros ($1 \mu\text{m} = 10^{-3} \text{ mm}$), pois possui associado a ela um erro bem maior que $1 \mu\text{m}$.
- **Erro aleatório:** Afeta o experimento de forma imprevisível, ora aumentando o valor obtido para uma medida ora diminuindo seu resultado. Exemplo: Alterações

em medidas devido a flutuações na rede elétrica, a vibrações no aparato experimental, a variações de temperatura, etc.

0.19.3 Estimativa de incertezas

Não podemos eliminar completamente a presença de incertezas em procedimentos experimentais. No entanto, a teoria de erros nos permite fazer uma estimativas dos erros cometidos no experimento de modo a podermos avaliar a precisão e a qualidade do experimento realizado. Assumindo que os erros ocorrem devido a fontes independentes de incertezas no experimento, podemos tomar como erro total de uma medida a soma dos erros sistemáticos, de escalas e aleatórios. O tratamento para cada tipo de erro ocorre como abaixo.

- **Erros sistemáticos:** Quanto aos erros sistemáticos, suspeitando-se que sua presença é relevante para os resultados obtidos, tentamos identificar sua origem e eliminá-lo do experimento. Não estimaremos aqui esse tipo de erro.

Dessa forma, desprezando erros sistemáticos, exprimiremos o erro total sobre um resultado experimental como

$$\Delta m = \sigma_e + \sigma_a \quad (46)$$

onde σ_e denota o erro de escala associado à medida e σ_a seu o erro aleatório provável. Esses erros podem ser estimados da seguinte maneira:

- **Erro de escala em instrumentos analógicos:** O limite de erro de calibração de um instrumento analógico, em geral, coincide com a menor divisão indicada pelo instru-

mento. O erro de escala pode ser adotado como metade do limite de erro de calibração, ou seja, metade da menor divisão da escala

$$\sigma_e = \pm \frac{\text{Menor Divisão da Escala}}{2} = \pm \frac{\text{MDE}}{2}. \quad (47)$$

Exemplo: Para o caso de uma régua graduada em milímetros, temos $\sigma_e = \pm 0,5 \text{ mm}$.

• **Erro de escala em instrumentos digitais:** Neste caso o manual do instrumento fornece o erro de escala como sendo a exatidão ou acurácia do instrumento. Nos casos em que esta informação não está disponível adota-se o erro de escala como sendo igual a uma unidade da menor divisão da escala (1 no último algarismo mostrado)

$$\sigma_e = \pm \text{Acurácia ou } \pm \text{Menor Divisão da Escala} \quad (48)$$

Exemplo 1. Para o caso de um cronômetro com precisão em milisegundos, temos $\sigma_e = \pm 1 \text{ ms}$.

Exemplo 2. Para o caso de um multímetro digital cujo manual informa que na escala de 2 mA a acurácia é $\pm 0,8\%$ da leitura + 3 dígitos: o dígito é uma unidade da menor divisão mostrada na escala considerada, que no caso é 0,001 mA ($1\mu\text{A}$); se a leitura no multímetro é 1,101 mA

$$\Rightarrow 0,8\% + 3 \text{ dígitos} = (0,008808 + 3 * 0,001) \text{ mA} = 0,011808 \text{ mA}$$

$$\sigma_e = \pm 0,01 \text{ mA}. \quad (49)$$

• **Estimativa do erro aleatório provável:** Para o cálculo do erro aleatório provável fazemos um conjunto de N medidas da quantidade

física e prosseguimos através dos seguintes passos:

1. Calcula-se o valor médio (valor mais provável de uma medida) através da média aritmética dos valores x_i medidos

$$x_m = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}. \quad (50)$$

2. Calcula-se o desvio Δx_i de cada medida em relação à média

$$\Delta x_i = x_i - x_m. \quad (51)$$

3. Calcula-se o desvio padrão σ , o qual é uma das quantidades em estatística para indicar a tendência das medidas de se distribuírem em torno do seu valor mais provável. O valor de σ nos fornece uma idéia da dispersão das medidas em relação a seu valor mais provável, sendo dado por

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\Delta x_i)^2}{N - 1}}. \quad (52)$$

4. Finalmente, o erro aleatório será dado calculando-se o desvio padrão da média

$$\sigma_a = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}. \quad (53)$$

0.19.4 Propagação de erros

Como podemos fazer operações matemáticas com resultados de medidas escritas como $(x \pm \Delta x)$? Como erros Δx se propagam para o resultado da operação quando, por exemplo, multiplicamos duas medidas $(x_1 \pm \Delta x_1) \times (x_2 \pm \Delta x_2)$? Para resolver esse tipo de problema, nós podemos fazer uso do cálculo de variações. Assumindo que a operação que

queremos realizar atue em p diferentes medidas $(x_1, \dots, x_p)$, procuraremos o erro associado à função $f(x_1, x_2, \dots, x_p)$, onde $f(x_1, x_2, \dots, x_p)$ é o resultado da operação a ser feita. Por exemplo, para multiplicarmos duas medidas x_1 e x_2 , consideramos a função que é o resultado da multiplicação de x_1 e x_2 , ou seja, $f(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2$. O erro associado a essa multiplicação (ou a uma função mais geral) pode ser calculado através de

$$\Delta f(x_1, \dots, x_p) = \left| \frac{\partial f}{\partial x_1} \right| \Delta x_1 + \dots + \left| \frac{\partial f}{\partial x_p} \right| \Delta x_p. \quad (54)$$

Exemplo: Para o caso da multiplicação de x_1 e x_2 discutida acima, obtemos

$$\Delta f(x_1, x_2) = x_2 \Delta x_1 + x_1 \Delta x_2, \quad (55)$$

escrevendo o resultado final da operação como

$$(x_1 \pm \Delta x_1) \times (x_2 \pm \Delta x_2) = (x_1 \cdot x_2) \pm (x_2 \Delta x_1 + x_1 \Delta x_2) \quad (56)$$

Exercícios: Calcule Δf para cada um dos casos mostrados abaixo.

- Soma: $f(x_1, x_2) = x_1 + x_2$.
- Subtração: $f(x_1, x_2) = x_1 - x_2$.
- Divisão: $f(x_1, x_2) = x_1/x_2$.
- Potenciação: $f(x_1) = x_1^n$, onde n é um número natural.

ZIMMERMANN E., *Introdução ao Laboratório de Física*, Ed. da UFSC, 2a. Edição Revisada, Florianópolis (2005).

Referências

1. VUOLO, J. H., *Fundamentos da teoria dos Erros*, Ed. Edgard Blucher Ltda, São Paulo (1995).
2. PIACENTINI J. J, GRANDI, B. C. S., HOFMANN, M. P., LIMA F. R. R.,

0.20 APÊNDICE II: Método dos Mínimos Quadrados

0.20.1 Construção de gráficos

Um gráfico apresenta um conjunto, ou mais, de dados experimentais numa figura. O gráfico objetiva mostrar visualmente a dependência entre uma grandeza e um parâmetro medidos simultaneamente. Para isto o gráfico deve ter os elementos essenciais abaixo.

Título do gráfico

Informa quais dados e que dependência está sendo representada. Por exemplo, se quer-se estudar a dependência da velocidade com o tempo o título pode ser de ser de uma das formas abaixo.

- Gráfico: velocidade (v) em função do tempo (t)
- Gráfico: v versus t
- Gráfico: $v(t)$

Títulos dos eixos

Especifica qual grandeza física o eixo representa e que unidade é utilizada na escala do eixo. O eixo vertical, das ordenadas, corresponde à grandeza que é especificada primeiro na título do gráfico, antes do “versus”, enquanto que o que vem depois é representado no eixo horizontal, das abcissas. Assim, por exemplo, quando se construir o gráfico de “ v versus t ”, as velocidades devem ser lidas nas escala do eixo vertical e os tempos no eixo horizontal. No título do eixo deve-se utilizar um símbolo adequado para a grandeza enquanto que a

unidade é informada em parêntesis ou com um separador “/” conforme os exemplos:

- $v(cm/s)$ ou $v(cm\ s^{-1})$ ou $v/cm\ s^{-1}$
- $t(s)$ ou t/s

Escala dos eixos

Fornece a escala em que a grandeza é representada no eixo graduado. O eixo possui uma graduação principal, podendo também possuir uma graduação secundária, sendo que apenas para a principal é colocado o texto de legenda da escala. As legendas da escala devem ser números redondos, preferencialmente, múltiplos de 2 ou 5.

Legenda do gráfico

Quando mais de um conjunto de pontos é representado num único gráfico, é necessário diferenciar os conjuntos de dados usando símbolos diferentes. A legenda é um quadro inserido no gráfico onde se coloca o símbolo ao lado de um texto curto que especifica qual conjunto de dados aquele símbolo representa.

- Atenção: É errado colocar os valores dos pontos experimentais como legendas nos eixos.

Estética

Um gráfico é uma figura, portanto, deve ser bem proporcionado e esteticamente agradável para facilitar sua observação e análise. Por exemplo, um gráfico achatado, assim como uma escala inadequada, dificulta a análise das dependências matemáticas.

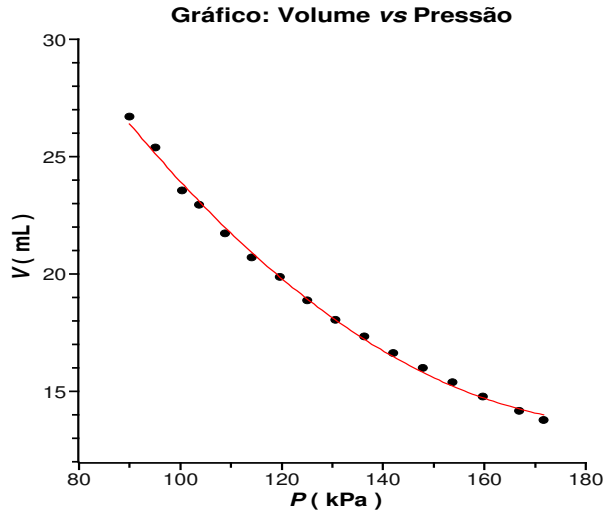


Figura 1.

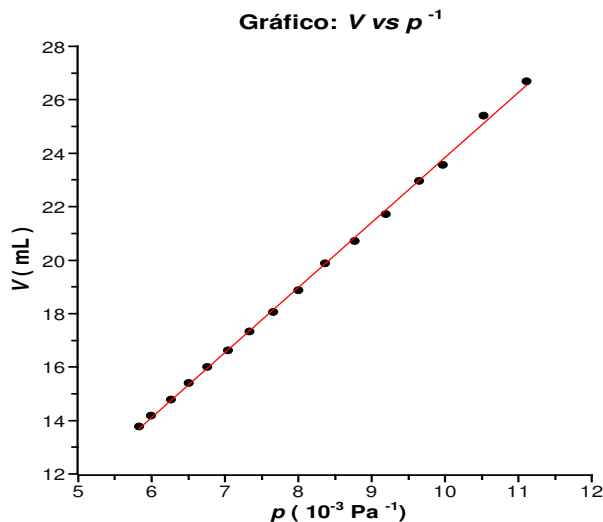


Figura 2.

0.21 Análise de gráficos: ajuste linear

Seja um experimento que fornece como resultado um conjunto de N pares de medidas (X_i, Y_i) que graficamente representados geram uma reta. O ajuste linear é a análise matemática de dados que apresentam uma dependência linear

$$Y = a + bX,$$

para a obtenção dos coeficientes linear a e do coeficiente angular b . Apresentaremos abaixo um exemplo que analisaremos primeiro pelo método da triangulação e depois pelo método dos mínimos quadrados.

Método da triangulação

O método da triangulação consiste em traçar um triângulo retângulo com a hipotenusa apoiada sobre a melhor reta que passa pelos pontos experimentais. Esta melhor reta é escolhida “a olho” de modo que os pontos se distribuam de forma igual acima e abaixo da reta.

O *coeficiente angular* b é determinado pela razão

$$b = \frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{Y_{final} - Y_{inicial}}{X_{final} - X_{inicial}}.$$

A figura 2 ilustra um exemplo de aplicação do método. Note que triângulo retângulo escolhido deve ser relativamente grande para diminuir a incerteza em ΔF e ΔL . O coeficiente linear $a = 1 \text{ mN}$ foi encontrado extrapolando a reta até $L = 0$. Já o coeficiente angular foi calculado como

$$b = \frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{(50-20)\text{mN}}{94-18\text{mm}} = 0,53\text{Nmm}^{-1}.$$

Chamamos a atenção para o fato de que tanto a como b podem ser positivos ou negativos e ambos possuem unidades. Também é importante notar que o coeficiente angular não é uma tangente pois possui unidade.

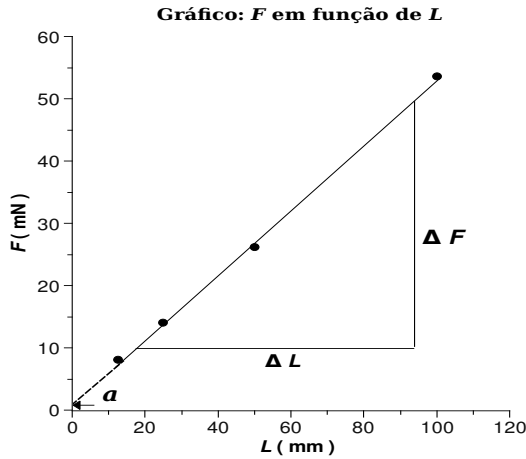


Figura 3.

Método dos mínimos quadrados

O método dos mínimos quadrados resulta da minimização do quadrado da distância entre os valores experimentais de Y e os valores calculados como $Y' = a + bX$.

O coeficiente linear a e o coeficiente angular b são fornecidos pelas equações

$$a = \frac{\sum Y \sum X^2 - \sum X \sum XY}{N \sum X^2 - (\sum X)^2}; e \quad (57)$$

$$b = \frac{N \sum XY - \sum X \sum Y}{N \sum X^2 - (\sum X)^2} \quad (58)$$

Tabela 7: Resultado dos ajustes lineares pelos métodos da triangulação e dos mínimos quadrados.

	MMQ	Triangulação
a (mN)	$1,0 \pm 0,7$	1
b (Nm ⁻¹)	$0,52 \pm 0,01$	0,53

As incertezas de a e b são, respectivamente,

$$\sigma_a = \sqrt{\frac{\sigma^2 \sum X^2}{N \sum X^2 - (\sum X)^2}} \text{ e}$$

$$\sigma_b = \sqrt{\frac{N \sigma^2}{N \sum X^2 - (\sum X)^2}},$$

onde

$$\sigma^2 = \frac{\sum (\Delta Y)^2}{N-2},$$

e ΔY é a diferença entre os valores experimental e teórico

$$\Delta Y = Y - (a + bX).$$

Na Tabela 1 o método dos mínimos quadrados (MMQ) é aplicado aos dados do exemplo da Figura 3. A aplicação das fórmulas acima leva aos valores dos coeficientes da reta e suas incertezas mostrados na Tabela 2. A Tabela 2 mostra também os resultados obtidos com o método da triangulação e notamos que ambos os métodos concordam dentro da incerteza calculada.

Tabela 6: Cálculo do método dos mínimos quadrados para dados do comprimento e da força magnética sobre um fio com $I = 5$ A.

	X	Y	X^2	XY	$(a + bX)$	ΔY^2
n	$L(\text{mm})$	$F \text{ (mN)}$				
1	12,5	8,0	156,25	100	7,5	0,25
2	25,0	14,0	625	350	14	0,00
3	50,0	26,2	2500	1310	27	0,64
4	100	53,6	10000	5360	53	0,36
Σ	187,5	101,8	13281,25	7120		1,26